

## Die Perlausternfarm



Quelle: pixabay.com

Heutzutage werden Perlen vor allem in Japan auf großen Austernfarmen gezüchtet. Dafür wird den Perlaustern ein Fremdkörper eingesetzt, sodass jede Auster mit Sicherheit genau eine Perle hervorbringt. Allerdings erfüllen nur etwa 20% der Zuchtausternperlen die hohen Qualitätsstandards des Marktes und werden tatsächlich als Schmuckstücke verwendet. Die übrigen Perlen werden zermahlen und als Glitzerflimmer in Kosmetika untergemischt.

Aus einer Perlausternzucht werden 120 Austern zufällig entnommen und die 120 Perlen darin bewertet. Die Zufallsgröße  $X$ , die die Anzahl der Perlen beschreibt, die den hohen Qualitätsstandards des Marktes genügen, kann dabei als binomialverteilt angesehen werden.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genauso viele Perlen den hohen Qualitätsstandards des Marktes entsprechen wie erwartet.
- Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass höchstens drei Viertel der bewerteten Perlen als Glitzerflimmer zermahlen in Kosmetika enden.



Die Betreiber der Perlausternfarm hoffen durch eine Verbesserung der Wasserqualität in ihrer Austernfarm auch die Quote der Perlen zu erhöhen, die den hohen Qualitätsstandards des Marktes genügen. Einige Monate nach der Maßnahme entnehmen sie daher wieder zufällig 120 Austern und bewerten die Qualität der enthaltenen 120 Perlen.

- Formulieren Sie eine Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$ , nach der die Farmbetreiber ihre Maßnahme als erfolgreich einstufen können. Berechnen Sie außerdem die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Farmbetreiber annehmen, die Maßnahme hätte Erfolg gehabt, obwohl die Qualitätsquote weiterhin bei 20% liegt.
- Die Maßnahme sei nun erfolgreich gewesen und die Qualitätsquote der Perlen sei auf 30% gestiegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Farmbetreiber diesen Anstieg mit ihrer Entscheidungsregel aus c) irrtümlich nicht bemerken?
- Beurteilen Sie, ob der Fehler aus c) oder der aus d) für die Austernfarm schlimmer ist und schlagen Sie eine Veränderung des Tests vor, die beide Fehler gleichzeitig reduziert.



Vor einigen Jahren haben die Austernfarmbetreiber bereits einen ähnlichen Hypothesentest durchgeführt. Damals waren nach einem Schiffsunglück Schadstoffe in der Nähe der Austernfarm ins Meer gelangt, sodass die Farmbetreiber befürchteten, die Qualitätsquote von 20% hätte sich signifikant verschlechtert. Auch damals hatten sie einige Zeit nach dem Unglück 120 Perlaustern geerntet und die Qualität der 120 enthaltenen Perlen bewertet.

- Formulieren Sie die damalige Entscheidungsregel auf einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$ .

