

Gegeben ist eine gerade Pyramide mit quadratischer Grundfläche.

Die Eckpunkte der Grundfläche sind $A(-3 | -3 | 0)$, $B(3 | -3 | 0)$, $C(3 | 3 | 0)$ und D , die Spitze ist $S(0 | 0 | 6)$.

Die Ebene E enthält die Punkte A , B und S .

- a) Stellen Sie die Pyramide in einem geeigneten Koordinatensystem dar. (1 VP)
 Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E . (2 VP)
 Berechnen Sie den Oberflächeninhalt der Pyramide. (2 VP)
 (Teilergebnis: $E : 2x_2 - x_3 = -6$)

- b) Innerhalb der Pyramide gibt es einen Punkt, dessen Abstand von der Grundfläche der Pyramide $\sqrt{5}$ -mal so groß ist wie sein Abstand zu den Seitenflächen.
 Berechnen Sie die Koordinaten dieses Punktes. (2,5 VP)

- c) Betrachtet wird für jedes $a > 0$ die gerade Pyramide mit folgenden Eigenschaften:
- $A(-a | -a | 0)$, $B(a | -a | 0)$, $C(a | a | 0)$ und D sind die Eckpunkte der quadratischen Grundfläche.
 - Die x_3 -Koordinate der Spitze S ist positiv.
 - Die Höhe der Pyramide stimmt mit der Kantenlänge der Grundfläche überein.
- M_1 ist die Kantenmitte von AB , M_2 die Kantenmitte von DS .
 Zeigen Sie: Die Strecke M_1M_2 ist orthogonal zur Kante DS . (2,5 VP)

Eine Firma stellt Gewächshäuser her. Die Ecken der Grundfläche dieser Gewächshäuser können modellhaft durch die Punkte $A(8|0|0)$, $B(8|7|0)$, $C(0|7|0)$ und $D(0|0|0)$ beschrieben werden. In diesen Ecken stehen senkrecht zur Grundfläche Pfosten, die das Dach des Gewächshauses tragen (alle Koordinatenangaben in Meter).

- a) Bei einem dieser Gewächshäuser können die Ecken der Dachfläche durch die Punkte $E(8|0|4)$, $F(8|7|5)$, $G(0|7|5)$ und $H(0|0|4)$ beschrieben werden. Stellen Sie dieses Gewächshaus in einem geeigneten Koordinatensystem dar. (1 VP)
 Berechnen Sie den Rauminhalt dieses Gewächshauses. (1,5 VP)
 Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene, die die Lage der Dachfläche beschreibt. (2 VP)
- b) Die Firma bietet die Gewächshäuser mit unterschiedlichen Neigungen der Dachfläche an. Die Lage jeder dieser Dachflächen kann durch eine Ebene beschrieben werden, die zur Schar $E_a : ax_2 - 7x_3 = 7a - 35$ mit $a \geq 0$ gehört. Berechnen Sie den Wert von a , für den die Neigung der Dachfläche 30° beträgt. (2 VP)
 Es gibt eine Gerade g , die in allen Ebenen der Ebenenschar liegt. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Geraden g . (1,5 VP)
 Untersuchen Sie, für welche Werte von a im gesamten Gewächshaus eine Mindesthöhe von 2 m gegeben ist. (2 VP)