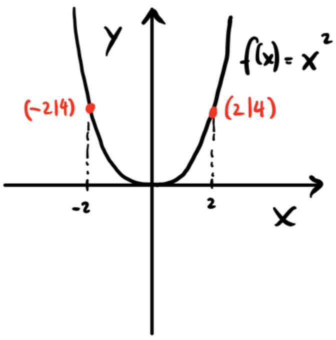
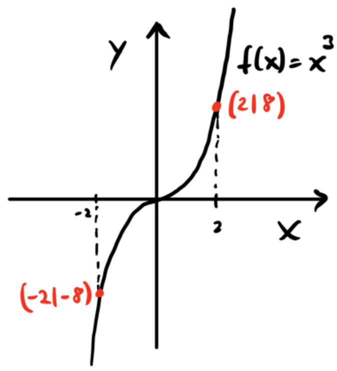
Symmetrie

In der Schule lernen wir zwei verschiedene Arten von Symmetrien kennen: Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung. Hier sehen wir das mal:



Achsensymmetrie zur y-Achse



Punktsymmetrie zum Ursprung

Bei der Achsensymmetrie könnte man einen **Spiegel** an der y-Achse anlegen und die Funktion würde sich perfekt auf die andere Seite spiegeln. Wir erkennen diese Symmetrie sofort daran, dass die Funktion **nur gerade Exponenten** hat. Dabei müssen wir bedenken, dass „normale Zahlen" immer ein unsichtbares x^0 dahinter hängen haben, also auch zu den geraden Exponenten gehören.

Bei Punksymmetrie können wir uns vorstellen, dass eine Nadel im Ursprung steckt und wir die Funktion wie einen **Propeller** drehen. Nach einer halben Drehung sieht sie dann wieder so aus als hätten wir sie gar nicht gedreht. Punktsymmetrische Funktionen erkennen wir ganz leicht daran, dass sie **nur ungerade Exponenten** haben. Dabei müssen wir bedenken, dass ein einfaches x ja auch als x^1 geschrieben werden kann und damit immer einen ungeraden Exponent hat.

Sollten bei einer Funktion **sowohl gerade als auch ungerade** Exponenten auftauchen, dann sagen wir, dass diese Funktion **keine einfache Symmetrie** hat. Egal um welche Symmetrie es geht: Im Abi reicht es nicht, die Exponenten zu betrachten. Da müssen wir die Symmetrien mit Formeln beweisen.

Für Achsensymmetrie zur y-Achse gilt: $f(-x) = f(x)$
Für Punktsymmetrie zum Ursprung gilt: $-f(-x) = f(x)$

Beispielaufgabe:

Betrachte die Funktionen, erkenne jeweils die Symmetrie anhand der Exponenten und beweise sie mit Hilfe der Formeln:

$f_1(x) = 4x^4 + 2x^2 + 3$
$f_2(x) = 2x^3 - x$

Zur Videoerklärung der Formeln und der Beispielaufgabe geht's hier entlang!