

Geometrie

Aufgabengruppe 2

BE

Der in Abbildung 1 dargestellte Körper wird begrenzt von der quadratischen Grundfläche ABCD mit $A(5|5|0)$, $B(-5|5|0)$, $C(-5|-5|0)$ und $D(5|-5|0)$, acht dreieckigen Seitenflächen und einem weiteren Quadrat EFGH mit $E(2|0|4)$, $F(0|2|4)$, $G(-2|0|4)$ und $H(0|-2|4)$.

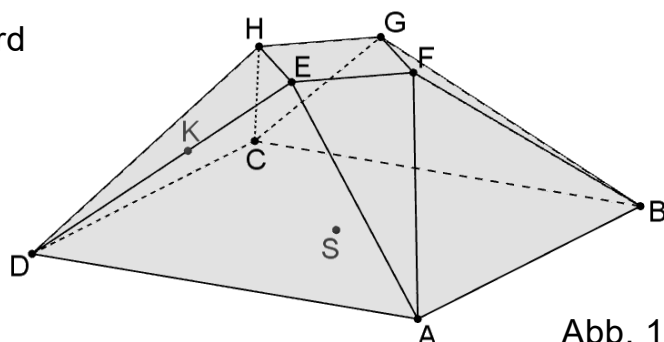


Abb. 1

Der Mittelpunkt S des Quadrats ABCD ist der Ursprung des Koordinatensystems und der gesamte Körper ist symmetrisch sowohl bezüglich der x_1x_3 -Ebene als auch bezüglich der x_2x_3 -Ebene.

- 2 a) Zeigen Sie, dass das Dreieck ABF bei F rechtwinklig ist.
- 4 b) Das Dreieck ABF liegt in der Ebene W. Ermitteln Sie eine Gleichung von W in Koordinatenform und beschreiben Sie die besondere Lage von W im Koordinatensystem.

(zur Kontrolle: $W : 4x_2 + 3x_3 - 20 = 0$)

- 3 c) Berechnen Sie die Größe des spitzen Winkels, den die Seitenfläche ABF und die Grundfläche ABCD einschließen.

Auf der Strecke $[DE]$ gibt es einen Punkt K, für den $\overline{KE} = \overline{EF}$ gilt.

- 4 d) Bestimmen Sie die Koordinaten von K.
- 4 e) $N(1,6|0|3,2)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $[KF]$. Begründen Sie, dass die Gerade EN den Innenwinkel des Dreiecks DFE bei E halbiert, und weisen Sie rechnerisch nach, dass S auf der Gerade EN liegt.
- 4 f) Der Körper kann in neun Pyramiden zerlegt werden, von denen jede kongruent zu genau einer der drei Pyramiden ABFS, HDES bzw. EFGHS ist (vgl. Abbildung 2). Die Pyramide ABFS hat das Volumen $33\frac{1}{3}$ und die Pyramide HDES hat das Volumen $13\frac{1}{3}$. Bestimmen Sie das Volumen des gesamten Körpers.

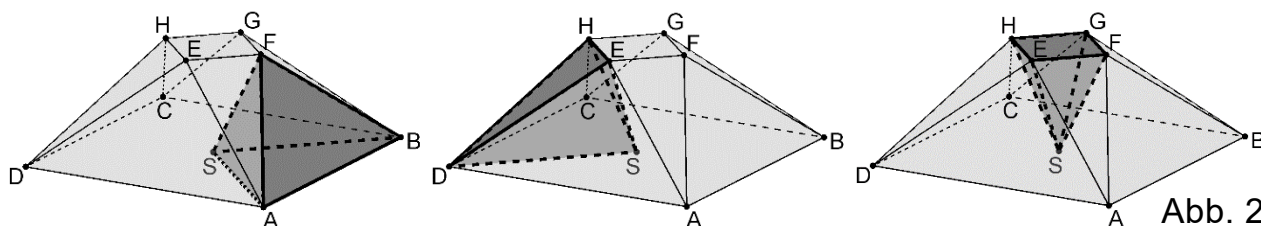


Abb. 2

- 4 g) Es gibt genau eine Kugel, auf der alle acht Eckpunkte des Körpers liegen. Ermitteln Sie die Koordinaten des Mittelpunkts dieser Kugel.